

三相交流回路の対称分測定法について

齊 藤 清 吉*・鈴木 福 太 郎*

A Method to Measure Symmetrical Components of Three-Phase-Circuits.

Seikichi SAITO, Fukutaro SUZUKI

(Received Oct. 15, 1970)

This article shows that we can measure symmetrical components by using inductance and capacitance in usual method and the evaluated values are square root of 3 times larger than the positive-phase-sequence component and negative-phase-sequence component, and contain phase-shift $+j$ and $-j$ respectively.

Finally, this article suggests new circuit to measure symmetrical components by using positive-phase-sequence component and negative-phase-sequence component.

Moreover, we point out the importance of two balance points of triangle except the so-called five centers in that process.

1 序

本報は三相交流回路が対称性を失っている場合に活用されている対称座標法の対称分の直接測定に当って気付いた2・3の不具合な点と、それを改善するために考究して得た新しい測定回路方式について報じ、またその過程で遭遇した三角形の性質について2・3触れている。

2 従来の測定回路

三相交流回路において、3つのベクトルが対称であれば、所謂平衡三相交流であるから、その内の1相分だけ抜き出して単相として演算を済ませ、しかる後それを3相分組合せて全体の解を得ることができるが、3つのベクトルが非対称であれば全体を解きほぐすことが許されず、全体の儘で取扱わねばならなくなり解き難くなる。

その対策としては、この歪んだ三角形をなす原点のズレと、相回転が正転の正三角形ベクトルと逆転の正三角形ベクトルの3つの和として取扱う対称座標法

が、古くから開発されている。

その歪んだ原三角形を、具体的にズレ（零相分）と正転正三角形（正相分）と逆転正三角形（逆相分）に解析するには、つぎの定義式によればよいわけである。

相回転順位 $a \rightarrow b \rightarrow c$ のもとで線電位については、 \dot{E}_a 基準にて

$$\dot{E}_0' = \frac{1}{3}(\dot{E}_a + \dot{E}_b + \dot{E}_c)$$

$$\dot{E}_1' = \frac{1}{3}(\dot{E}_a + a\dot{E}_b + a^2\dot{E}_c)$$

$$\dot{E}_2' = \frac{1}{3}(\dot{E}_a + a^2\dot{E}_b + a\dot{E}_c)$$

ここに

$\dot{E}_a, \dot{E}_b, \dot{E}_c$: それぞれ a 線, b 線, c 線の対地電位

$\dot{E}_0', \dot{E}_1', \dot{E}_2'$: それぞれ対地電位の零相分, 正相分, 逆相分

$$a = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}, a^2 = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

また、線間電圧については、 \dot{E}_{ab} 基準にて

$$\dot{E}_0 = \frac{1}{3}(\dot{E}_{ab} + \dot{E}_{bc} + \dot{E}_{ca}) = 0$$

$$\dot{E}_1 = \frac{1}{3}(\dot{E}_{ab} + a\dot{E}_{bc} + a^2\dot{E}_{ca})$$

$$\dot{E}_2 = \frac{1}{3}(\dot{E}_{ab} + a^2\dot{E}_{bc} + a\dot{E}_{ca})$$

ここに

$\dot{E}_{ab}, \dot{E}_{bc}, \dot{E}_{ca}$: それぞれ a 線, b 線, c 線の線間電圧

$\dot{E}_0, \dot{E}_1, \dot{E}_2$: それぞれ, 線間電圧の零相分, 正相分, 逆相分

電流についても、電圧とほぼ類似の扱いとなる。

また、直接測定することも可能になっている。図 A および図 B は、それぞれ正相分電圧 (\dot{E}_1) の大きさおよび逆相分電圧 (\dot{E}_2) の大きさの測定回路の例である。図中 R は全インピーダンス絶対値を意味している。本報では零相分までは対象としていない。零相分検出は、事実上独立した回路構成となるので包含を避けている。したがって大地帰路なしの三相回路とか線間電圧についての考察に留まる。

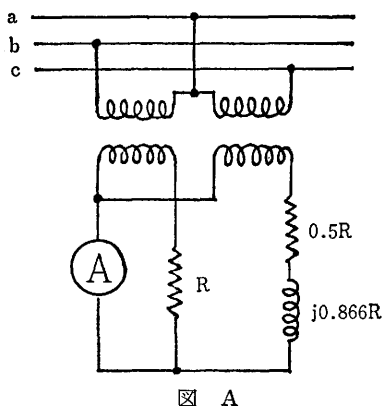


図 A

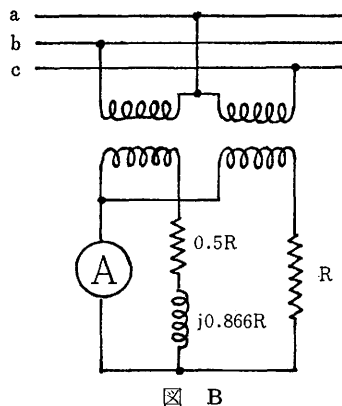


図 B

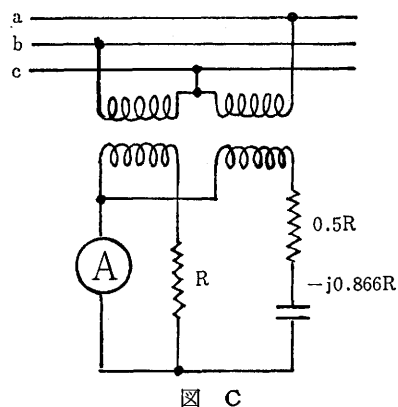


図 C

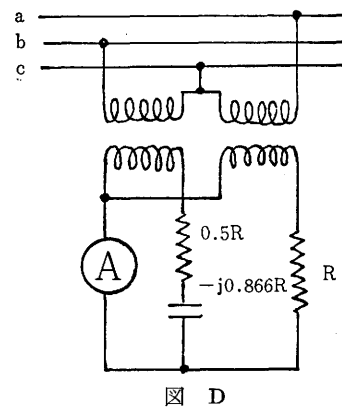


図 D

正相分・逆相分の測定回路においては、図 A および図 B のごとくインダクタンスを必要とするが、有心では非直線性が介入し易いので、好ましくない場合がある。図 C および図 D のごとくキャパシタンスを代用して、これを回避することが可能である。測定回路中にインダクタンスのみならず、キャパシタンスも併用する例は、正相分逆相分混成測定回路等にもみることができ、これに知られているところであるが、ここで注目されるのはインダクタンスとキャパシタンスが互いに代替可能であるという点である。すなわち、

$$\dot{V}_{ca1} = \frac{j}{\sqrt{3}}(\dot{V}_{ab} - a\dot{V}_{ca}) = \frac{1}{j\sqrt{3}}(\dot{V}_{bc} - a^2\dot{V}_{ca})$$

の関係にあるので、その使い分けに帰する。

ここで $\frac{j}{\sqrt{3}}$ という換算係数が示す通り、求むる対称分に対して $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 倍のものが検出されているわけである。 $\sqrt{3}$ 倍という数値の方は、一応絶対変換の対称分を読み出しているとして解することも出来るが、 j 倍という 90° の位相ズレは異質のものとしてなお残る。図 E のベクトル図上では、正相分そのものの代りに $\overline{bb'}$

を測定していることになる。

3 三角形の性質

図Eにて、 $\overline{aa'}$, $\overline{bb'}$, $\overline{cc'}$ の3つは等長で、互いに 120° のズレを保ち、かつ一点 f で交わる。この交点 f は、フェルマーの問題点として解かれており、3頂点を等角に見渡し、かつ3頂点への距離の和が最小となる位置として与えられているものである。

この点は、いわゆる三角形の5心と呼ばれている、重心、垂心、内心、外心および傍心の、孰れでもなく別個の存在である。なおこの1点で交わる3線分は、平行移動で原三角形を内接する2様の正三角形を形成

する。また、その2つの正三角形の重心と点 f とは逆相分の大きい方の1つの正三角形を構成していることも見出される。

逆相分については、図Fに示す $\overline{aa'}$, $\overline{bb'}$, $\overline{cc'}$ の孰れかを測定しているわけであるが、この場合も逆相分を構成する3線分の延長は1点 g にて交わる。この位置は3頂点を 120° 以内に等角に見渡す心をなしている。交点 g を遠近法における無限遠点と見たてれば、 $g \rightarrow b'$, $g \rightarrow a'$, $g \rightarrow c'$ の3本の方角線は原三角形をその3線内に内蔵するばかりか、原三角形各辺の内側に立つ正三角形をすべて内接的に包蔵している。また、図には記載してないが、後述の正相分正三角形そ

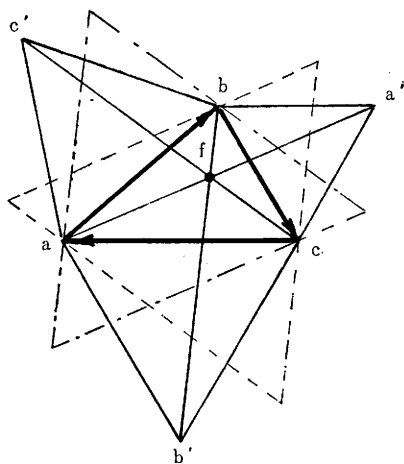


図 E

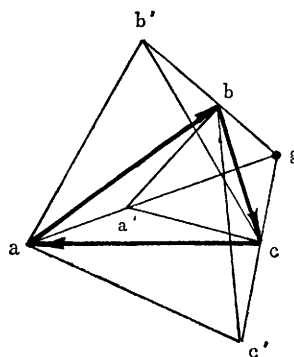


図 F

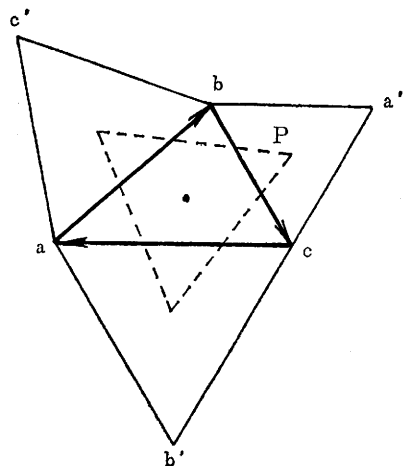


図 G

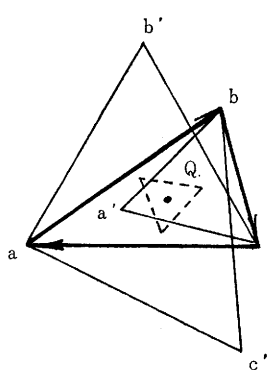


図 H

のものの裏返したものが矢張り内蔵される。

正相分，逆相分そのものを直接検出せんとすれば，次のごとくなる。図Gから3辺それぞれ外側に立つ正三角形の持っている3つの重心を結ぶことによって得られる正三角形Pが，それぞれの相分を基準に採った3つの正相分そのものである。（付録Ⅰ参照）

また，図Hにて3辺それぞれに内側に立つ正三角形の持つ3つの重心を結合することによって得られる正三角形Qが，求むる逆相分をなしている。（付録Ⅱ参照）

正三角形PおよびQの重心は，それぞれ原三角形の重心に恒に一致している。定義式にて

$$\dot{E}_a = \dot{E}_0 + \dot{E}_1 + \dot{E}_2$$

$$\dot{E}_b = \dot{E}_0 + a^2 \dot{E}_1 + a \dot{E}_2$$

$$\dot{E}_c = \dot{E}_0 + a \dot{E}_1 + a^2 \dot{E}_2$$

と表現されているのは， \dot{E}_a を基準にとっているからであって，上式中の $a^2 \dot{E}_1$ ， $a \dot{E}_1$ や $a \dot{E}_2$ ， $a^2 \dot{E}_2$ 等もそれぞれ正三角形PやQの各辺をなしていることから見れば一般に

$$[\text{その相分}] = [\text{その相の零相分}] + [\text{その相の正相分}] + [\text{その相の逆相分}]$$

という表現に他ならぬことを，意味していることになる。

4 新たな測定回路

この正相分検出回路としては図Ⅰが考えられ，また

逆相分検出は図中継なぎ込み3点の内任意2点の接続を入換えたものとなる。

従来の回路では，電圧測定は電流計で，また電流測定は電圧計というふうに異った次元で読取っているが，この回路では本然の電圧計，電流計でよいことになる。移相回路要素は2組となるが，絶縁変圧器は必ずしも要しない。従来の回路では二次側電流加算のために2台の内少なくとも1台は必要不可欠である。

図Jの如く人工的に正相分・逆相分を独立任意に発生させ，それを加算的に組合した非対称（不平衡）三相電圧を与えて，その対称分検出を試みた結果は，図Kの如く良い分離と直線性を獲ることができた。

なお，電流対称分測定回路の具体例は図Lの如くである。図中Gは全アドミタンス絶対値を意味している。電圧対称分測定の場合と類似の特徴を有するが，電流対象の場合は変流器1台は原理的に必要である。

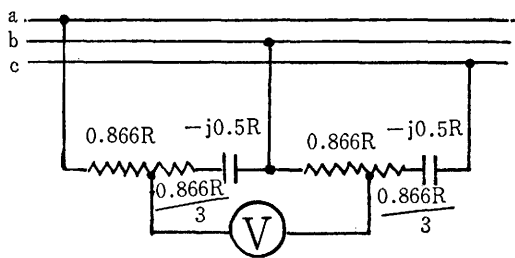


図 Ⅰ

不平衡電圧源

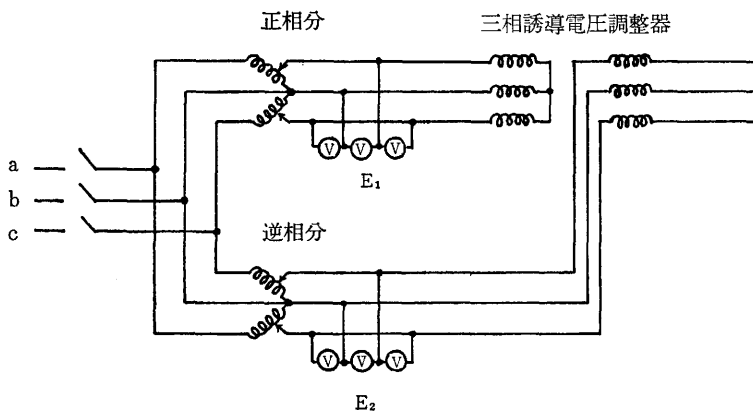


図 J

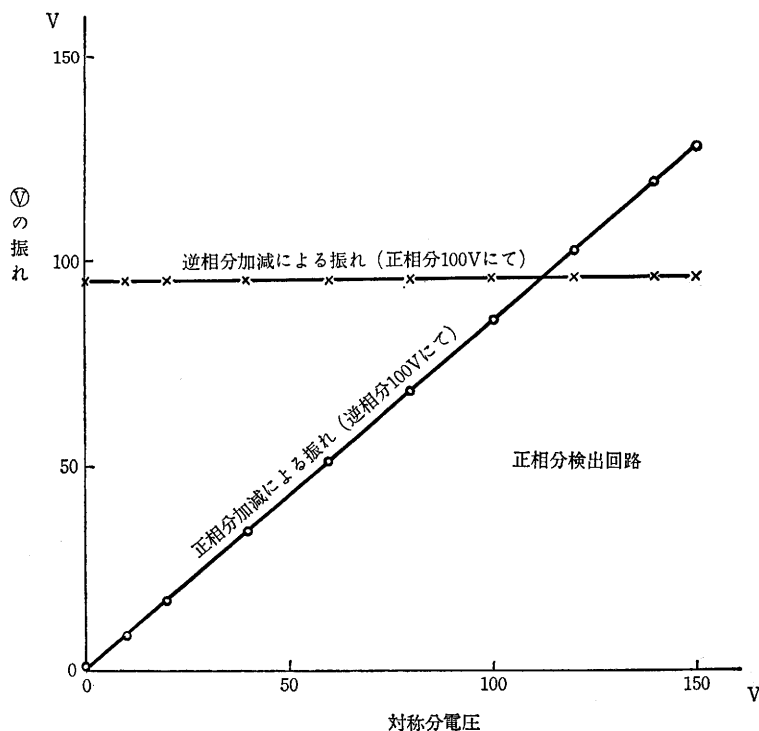


図 K

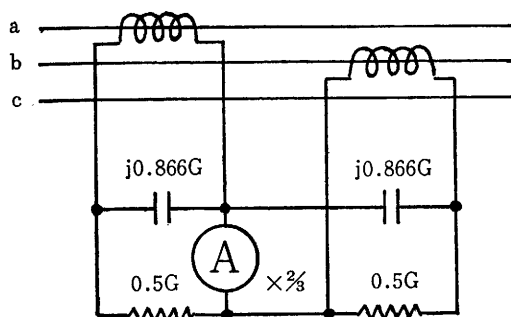


図 L

5 結 び

以上、対称分測定に当って遭遇したインダクタンスの鉄心による非直線性は、キャパシタンスを代入して解決しうること、従来の対称分測定回路は正相分そのもの逆相分そのものを相手取っているものではないことを指摘し、正相分・逆相分そのものを対象とした新たな測定回路を提示している。

また、その過程で、三角形の図形上の性質から、いわゆる5心以外のかかなり重要と目される2点を拾い出

している。

本稿を纏めるに当り、三角形の性質について御教示いただいている当学教育学部鉄井弘行教授に深謝申し上げる。また、当学科現4年次諸君の実験の労を多とするものである。

〔付録 I〕

三角形Pが正相分なることの演算

$$\dot{E}_1 = \frac{1}{3} (\dot{E}_{ab} + a\dot{E}_{bc} + a^2\dot{E}_{ca})$$

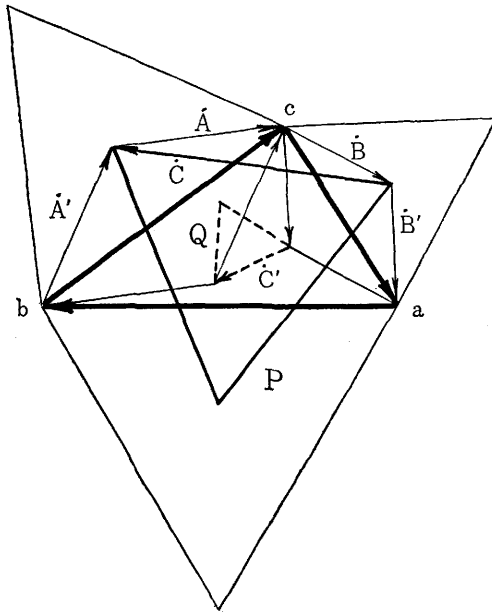
$$\dot{E}_{ab} + \dot{E}_{bc} + \dot{E}_{ca} = 0$$

この2式から

$$\begin{aligned} \dot{E}_1 &= \frac{1}{3} \{ (a-1)\dot{E}_{bc} + (a^2-1)\dot{E}_{ca} \} \\ &= \frac{1}{3} \{ \sqrt{3}e^{+j150^\circ}\dot{E}_{bc} + \sqrt{3}e^{-j150^\circ}\dot{E}_{ca} \} \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}} \{ -e^{-j30^\circ}\dot{E}_{bc} - e^{+j30^\circ}\dot{E}_{ca} \} \\ &= - \{ \dot{A} + \dot{B} \} = \dot{C} \end{aligned}$$

または

$$\dot{E}_1 = \frac{1}{3} (\dot{E}_{ab} + a\dot{E}_{bc} + a^2\dot{E}_{ca}) \quad \text{の括弧内に}$$



付 図

$\dot{E}_{ab} + \dot{E}_{cb} + \dot{E}_{ca} = 0$ を2度加えて

$$\begin{aligned}\dot{E}_1 &= \frac{1}{3} \left\{ 3\dot{E}_{ab} + (a+2)\dot{E}_{bc} + (a^2+2)\dot{E}_{ca} \right\} \\ &= \frac{1}{3} \left\{ 3\dot{E}_{ab} + \sqrt{3}\epsilon^{+j30^\circ}\dot{E}_{bc} + \sqrt{3}\epsilon^{-j30^\circ}\dot{E}_{ca} \right\} \\ &= \dot{E}_{ab} + \frac{\epsilon^{+j30^\circ}}{\sqrt{3}}\dot{E}_{bc} + \frac{\epsilon^{-j30^\circ}}{\sqrt{3}}\dot{E}_{ca} \\ &= \dot{E}_{ab} + \dot{A}' + \dot{B}' = \dot{C}\end{aligned}$$

〔付録 II〕

三角形Qが逆相分なることの演算

$$\dot{E}_2 = \frac{1}{3} (\dot{E}_{ab} + a^2\dot{E}_{bc} + a\dot{E}_{ca})$$

$$\dot{E}_{ab} + \dot{E}_{bc} + \dot{E}_{ca} = 0$$

この2式から

$$\begin{aligned}\dot{E}_1 &= \frac{1}{3} \left\{ (a^2-1)\dot{E}_{bc} + (a-1)\dot{E}_{ca} \right\} \\ &= \frac{1}{3} \left\{ \sqrt{3}\epsilon^{-j150^\circ}\dot{E}_{bc} + \sqrt{3}\epsilon^{+j150^\circ}\dot{E}_{ca} \right\} \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}} \left\{ -\epsilon^{+30^\circ}\dot{E}_{bc} - \epsilon^{-j30^\circ}\dot{E}_{ca} \right\} \\ &= -\left\{ \dot{A}' + \dot{B}' \right\} = \dot{C}'\end{aligned}$$

または

$$\begin{aligned}\dot{E}_2 &= \frac{1}{3} (\dot{E}_{ab} + a^2\dot{E}_{bc} + a\dot{E}_{ca}) \text{ の括弧内に} \\ \dot{E}_{ab} + \dot{E}_{bc} + \dot{E}_{ca} &= 0 \text{ を2度加えて} \\ \dot{E}_2 &= \frac{1}{3} \left\{ 3\dot{E}_{ab} + (a^2+2)\dot{E}_{bc} + (a+2)\dot{E}_{ca} \right\} \\ &= \frac{1}{3} \left\{ 3\dot{E}_{ab} + \sqrt{3}\epsilon^{-j30^\circ}\dot{E}_{bc} + \sqrt{3}\epsilon^{+j30^\circ}\dot{E}_{ca} \right\} \\ &= \dot{E}_{ab} + \frac{\epsilon^{-j30^\circ}}{\sqrt{3}}\dot{E}_{bc} + \frac{\epsilon^{+j30^\circ}}{\sqrt{3}}\dot{E}_{ca} \\ &= \dot{E}_{ab} + \dot{A} + \dot{B} = \dot{C}'\end{aligned}$$

(昭和45年10月15日受理)